令　和　7　年　度
保健科学部　一般選抜試験

数学解答用紙

(2 枚のうちの 1)

受験番号	

〔1〕　以下に答えだけを書け。

(1) ($z = \quad 2-5i$) ($w = \quad 1+12i$)

(2) ($x=0$ のとき最大値 $f(x)=8$) ($x=\pm\sqrt{3}$ のとき最小値 $f(x)=-3$)

(3) (17)

(4) ($\dfrac{5120}{19683}$)

(5) ($\dfrac{\pi}{6},\quad \dfrac{\pi}{2},\quad \dfrac{5}{6}\pi,\quad \dfrac{3}{2}\pi$)

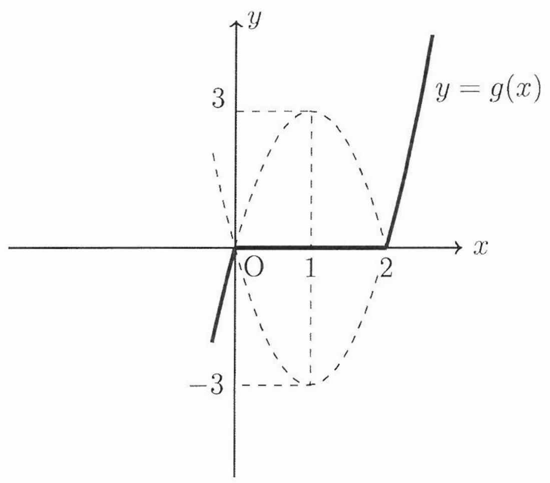
(6) ($\dfrac{2025}{4051}$)

(7) ($a = \quad \dfrac{9}{2}$) ($b = \quad 3$) ($c = \quad \dfrac{3}{2}$)

(8) ($y = ex$)

(9) ($\dfrac{1344}{65}$)

(10)



$$g(x) = \begin{cases} 3x(2-x) & (x<0 \text{ のとき}) \\ 0 & (0 \leqq x \leqq 2 \text{ のとき}) \\ 3x(x-2) & (x>2 \text{ のとき}) \end{cases}$$

計	点

合計	点

令　和　7　年　度
保健科学部　一般選抜試験

数学解答用紙

受験番号	

〔2〕解答と解答に至るまでの導出過程を記述せよ。

(1)　$f(x)=0 \iff x^2-x+1=1 \iff x=0,\ 1$

(2)
$$f'(x)=\frac{2x-1}{x^2-x+1}=0 \iff x=\frac{1}{2}$$
$$f''(x)=\frac{-2x^2+2x+1}{(x^2-x+1)^2}=0 \iff x=\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$$

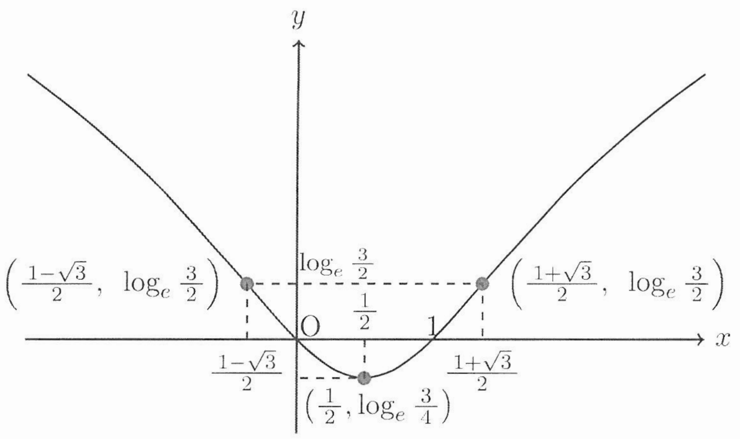
であるから，$f(x)$ の増減表は

x	$\cdots$	$\frac{1-\sqrt{3}}{2}$	$\cdots$	$\frac{1}{2}$	$\cdots$	$\frac{1+\sqrt{3}}{2}$	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f''(x)$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	0	$-$
$f(x)$	↘	変曲点	↘	極小	↗	変曲点	↗

となり，　極小値　$f\left(\frac{1}{2}\right)=\log_e\frac{3}{4}$，

変曲点　$\left(\frac{1\pm\sqrt{3}}{2},\ \log_e\frac{3}{2}\right)$　がわかる．

グラフの概形は下記の通りになる。



$f(x)=\log_e\left(\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\right)$ だから，

グラフは 直線 $x=\frac{1}{2}$ について線対称である。

(3)　部分積分法より，

$$\begin{aligned}
S &= -\int_0^1 \log_e(x^2-x+1)dx \\
&= -\int_0^1 (x)'\log_e(x^2-x+1)dx \\
&= -[x\log_e(x^2-x+1)]_0^1+\int_0^1 x\cdot\frac{2x-1}{x^2-x+1}dx \\
&= \int_0^1\left(2+\frac{\frac{1}{2}(x^2-x+1)'}{x^2-x+1}-\frac{\frac{3}{2}}{(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}}\right)dx \\
&= 2+\frac{1}{2}[\log_e(x^2-x+1)]_0^1-\int_0^1\frac{2}{\frac{4}{3}(x-\frac{1}{2})^2+1}dx
\end{aligned}$$

$\tan\theta=\frac{2}{\sqrt{3}}\left(x-\frac{1}{2}\right)$ による置換積分を考えると

$$\frac{1}{\cos^2\theta}d\theta=\frac{2}{\sqrt{3}}dx,$$

x	0	$\to$	1
θ	$-\frac{\pi}{6}$	$\to$	$\frac{\pi}{6}$

であるから，

$$\begin{aligned}
S &= 2-\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}\frac{2}{\tan^2\theta+1}\cdot\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\cos^2\theta}d\theta \\
&= 2-\sqrt{3}\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}d\theta = 2-\frac{\sqrt{3}}{3}\pi
\end{aligned}$$

計	点